

‘WAT MENSEN NIET MEER KUNNEN DOEN’

(...) De vraag welk deel van alle denkactiviteiten een machine mogelijk zou kunnen uitvoeren en welke deel aan een levend persoon moet worden overgelaten is niet zonder praktisch belang; de behandeling van deze vraag zal in elk geval het nodige licht werpen op de aard van het redeneerproces. (...)

Elke redenerende machine, ja elke machine heeft twee inherente beperkingen. In de eerste plaats is zij verstoken van elke originaliteit, van elk initiatief. Zij kan niet haar eigen problemen vinden; zij kan zichzelf niet voeden. Zij kan zichzelf niet tussen verschillende mogelijke procedures laten kiezen. Om een voorbeeld te geven: de eenvoudigste stelling uit de projectieve meetkunde, over tien rechte lijnen in een plat vlak, wordt door von Staudt bewezen op grond van een paar premissen en een uiterst eenvoudige redenering, maar de manier om die premissen en redeneervormen te combineren is zo gecompliceerd, dat er niet minder dan 70 of 80 stappen in het bewijs voor nodig zijn. Hoe zouden we een machine kunnen maken die automatisch haar weg door zo'n labyrint zou kunnen vinden? (...)

In de tweede plaats heeft de capaciteit van een machine absolute beperkingen. Zij is ontworpen om een bepaalde taak uit te voeren, en zij kan niets anders doen. (...) Het is waar dat de mens zonder hulpmiddelen ook in dit opzicht en niet alleen daarin beperkt is; maar werkend met potlood en veel papier heeft hij zo'n beperking niet. Hij gaat alsmat door, en wat vandaag niet lukt, kan mogelijk morgen worden overwonnen. Dat is het wat algebra tot het beste van alle denkinstrumenten maakt; niets is er te gecompliceerd voor. (...)

Het zou aardig zijn om u te laten raden van wie deze citaten zijn, tenzij iemand het al kent. Ik kom hier later op terug.

Computers kunnen tegenwoordig heel veel en niemand of bijna niemand zal meer de behoefte hebben om grote berekeningen met papier en potlood uit te voeren, als de computer de uitkomst al in een fractie van een seconde geeft. Wie rekende vorig jaar bijvoorbeeld nog guldens om in euro's door het guldenbedrag door 2,20371 te delen? Of kan bijna niemand dat meer? Niemand zal zich daar trouwens ongemakkelijk bij voelen. Of dit verstandig is, is een tweede.

Anders wordt het als het gaat om een goede zet te vinden in een gecompliceerde schaakstelling, bijvoorbeeld van een correspondentiepartij. Zoiets 'doe je niet', maar uit wetenschappelijk oogpunt is het toch wel interessant om tenminste achteraf de computer

te raadplegen. De vraag is wel of je de computerzetten nog wel kunt begrijpen, als je zelfs nauwelijks meer schaken kan. Overigens denk ik niet dat het bestaan van onverslaanbare dam- en schaakprogramma's dammen en schaken als sport zullen doen verdwijnen. Het feit dat enkele grote violisten in staat zijn de caprices van Paganini met gemak ten gehore te brengen, is geen reden voor anderen om die niet meer te studeren, ook al weet je dat je het nooit zo ver zal brengen als Gil Shaham van het laatste Prinsengrachtconcert. Hun zelfrespect krijgt er geen knauw door. Maar het gaat hier slechts om randverschijnselen.

Weer anders wordt het bij automatische piloten. Vroeger legden piloten er een eer in, een vliegtuig met zo weinig mogelijk schokken te laten landen, en misschien vonden ze het ook nog wel aardig dat ze daarvoor van de passagiers een applaus kregen. Maar hoe voelt het voor een gezagvoerder als de automatische piloot dat onder alle omstandigheden beter, ja zelfs helemáál zonder schokken doet?

We gaan terug in de tijd. De grootvader waar ik naar vernoemd ben, was van oorsprong mandenmaker. Hij verloor zijn beroepsmogelijkheden daarin, toen zelfs zeer fraaie rieten manden veel goedkoper met machines konden worden gemaakt. Had hij zich daarvoor al die moeite op de hals gehaald om een bekwame rietvlechter te worden?

Zo zijn er in de loop der tijden heel wat beroepen met bijbehorende vaardigheden verdwenen dankzij de technologische 'vooruitgang', zowel op het punt van het materiaal als op het punt van de machinale bewerking ervan. Wie heeft er nog behoefte aan een handgemaakt horloge als je voor een paar euro een kunststof quartzhorloge kunt kopen dat nog preciezer is ook? Dat het beroep van horlogemaker uitsterft, is jammer voor die weinigen die het horloge van hun grootvader nog aan de praat willen krijgen, maar de tijd gaat verder. Het verlies aan vaardigheden is meer dan voldoende gecompenseerd en mochten de oude beroepskrachten zich nog 'afgeschreven' voelen, zodra het beroep echt uitgestorven is, maakt niemand zich er meer druk over. Weliswaar zijn er nog piloten nodig, maar zij krijgen een andere opleiding dan vroeger, met andere woorden, zij doen andere kennis op en leren andere vaardigheden aan.

Gaat dit ook gelden voor chirurgen, als blijkt dat operaties veel beter uitgevoerd kunnen worden door robots, die aanvankelijk nog bestuurd worden door medici met een traditionele operatiekameropleiding, maar in de toekomst door medische specialisten die wel met robots hebben leren werken, maar zelf niet in lichamen hebben leren snijden? Met zulke toekomstbeelden moet men zeer voorzichtig zijn, alleen al omdat de wereld groter is dan de technisch hoogontwikkelde landen. Vergeet ook niet dat bijvoorbeeld de opererende robot die onlangs in Maastricht in gebruik is genomen niet maar een paar euro kostte.

Het 'gewone' chirurgische handwerk zal daarom altijd wel nodig blijken en mensen zullen daarin dus blijvend getraind moeten worden, ook in de *high tech*- gebieden. Dit geldt echter niet voor die vaardigheden die vereist waren voor de vervaardiging van nijverheidsproducten waar betere en uiteindelijk ook goedkopere technologische alternatieven voor zijn ontwikkeld. Misschien zullen er hier en daar nog mensen zijn die zich in hun vrije tijd met de traditionele technieken blijven bezighouden, maar dan betreft het weer een randverschijnsel.

Is er reden om zich zorgen te maken over zulke verschuivingen in arbeidsinhoud? We hebben gezien dat vroegere voorspellingen over *kwantiteit* van arbeid niet zijn uitgekomen, en ook dat latere voorspellingen over *kwaliteit* van arbeid niet zijn opgegaan. Dat werken met of, beter, aan de leiband van computers machteloosheid, zinloosheid, normloosheid en geesteloosheid¹ zou bevorderen werd niet algemeen bewaarheid. Computers – en gecomputeriseerde robots – boden ook nieuwe perspectieven aan gebruikers die voorheen aangewezen waren op traditionele apparatuur die helemaal niet zoveel mogelijkheden had. Secretariële werkzaamheden werden zo interessant dat zelfs mannen er zich beroepshalve mee gingen bezighouden ... Dat bepaalde vaardigheden verdwijnen is even vervelend voor diegenen die zich daarin met moeite bekwaamd hebben, maar hun opvolgers hebben er geen last van dat ze bepaalde dingen niet meer kunnen. Als iedereen straks over een digitale camera beschikt, kan niemand meer behoorlijke foto's met een analoge camera maken, ontwikkelen en afdrukken, maar geen haan die daar naar kraait. De pessimisten lijken ongelijk te hebben gekregen.

Toch is er niet helemaal een einde gekomen aan de zwartgalligheid. Bijvoorbeeld Weizenbaum, die zijn aanvankelijke voorspellingen niet had zien uitkomen, onderkende een nieuwe dreiging in de vorm van computerspelen in amusementshallen en thuis, en – analoog hieraan – leer- en lescomputers in scholen. Hij vreesde effecten hiervan op scholieren, die het beste beschreven kunnen worden als computerverheerlijking, kortzichtigheid, gebrek aan verantwoordelijkheid en tekort aan vaardigheden die inzicht verschaffen.²

Weizenbaums zorgen waren voornamelijk van ethische aard. Hij baseerde zich op waarnemingen van gedrag van 'de jeugd van tegenwoordig' voorzover die het liefst de godganse dag schietspelletjes speelt, geen huiswerk meer maakt, dus ook niet meer hoeft te maken, want 'de school van tegenwoordig' heeft zich daar al bij aangepast.

¹ G. Benson, Mindlessness. In: K. Noro (ed.), *Occupational Health and Safety in Automation and Robotics*. London: Taylor & Francis, 1987. Vgl. H. Visser, Humanistic views on man and computer. *Rekenschap* 39, 1992, pp. 97-103.

² Joseph Weizenbaum, *Computer Power and Human Reason. From Judgment to Calculation*. Second edition. Harmondsworth: Penguin Books, 1984, p. xviii-xix.

Misschien heeft Weizenbaum gelijk, al lijken mij zijn stellingen over de invloed van computerspelletjes moeilijk aan te tonen.

Niettemin wil ik er wel iets over zeggen. Het is onmiskenbaar dat iemand een grote vaardigheid kan ontwikkelen in bepaalde computerspelletjes. De vraag is dan of deze vaardigheid ook ten goede komt aan andere, relevantere activiteiten of misschien zelfs negatieve invloed uitoefent op het aanleren daarvan. Nu hebben de bekende schieten andere spelletjes één opvallende eigenschap: er worden geen aanwijzingen vooraf gegeven. De speler moet het allemaal zelf uitzoeken. Ik kan me voorstellen dat dit psychologisch een positief effect heeft. Het leert je geen angst te hebben voor nieuwe applicaties, je gaat er mee aan de slag en vertrouwt er op dat je er wel uit komt. Maar stel dat iemand op grond van deze werkwijze gaat denken dat ‘gis en mis’ (*trial and error*) altijd de beste probleemoplossingsstrategie is: ‘alleen door proberen kun je leren’ ... In dat geval kan ik me voorstellen dat dat psychologisch een negatief effect heeft. Je kijkt nooit meer naar de gebruiksaanwijzing of een handleiding, ja je twijfelt algemeen aan het nut van ‘theorie’: *Grau, teurer Freund, ist alle Theorie, und grün des Lebens goldner Baum*. Ja, ja ... Dan is er echt iets mis gegaan. Theorie bestuderen en leren is niet ‘leuk’, dus deze antitheoretische en in feite ook antiwetenschappelijke houding past heel goed bij de huidige pseudodidaktiek die ook in het ‘opgeleukte’ talenonderwijs heeft toegeslagen ... Ik kom hier op terug.

Weizenbaum noemde ook nog één punt dat niet direct gekoppeld lijkt aan computerspelletjes, maar direct teruggevoerd moeten worden op de huidige leerprogramma’s, zowel in de zin van studieprogramma’s die aangepast zijn aan computers als van computerprogramma’s zelf, namelijk een dreigend *tekort aan vaardigheden die inzicht verschaffen*.

Ik keer terug naar het citaat waar ik mee begon. Het is van ... Peirce en het dateert uit 1887.³ Peirce had daarbij alleen de machines van Jevons en Marquand als voorbeeld voor ogen, maar toch was hij in staat door de beperkingen van deze voorlopers van de computer heen te zien. Zijn vraagstelling – *de vraag welk deel van alle denkactiviteiten een machine mogelijk zou kunnen uitvoeren en welke deel aan een levend persoon moet worden overgelaten* – is nog steeds actueel en zijn negatieve conclusies over machines zijn nog vandaag de dag onderwerp van discussie. Maar belangrijker voor mijn doel is Peirce’s positieve conclusie over mensen die zich met algebra bezighouden. Mijn stelling is namelijk dat het beheersen van zogenaamd elementaire vaardigheden als spellen, rekenen en algebraïsche bewerkingen onontbeerlijk is voor denken en

³ C. S. Peirce, Logical Machines. *The American Journal of Psychology*, Vol. I, 1887-1888, pp. 165-170. Zie ook: Judson Chambers Webb, *Mechanism, Mentalism, and Metamathematics*. Dordrecht/Boston: D. Reidel, 1980, pp. 26-28; Peirce’s opmerking over Staudts bewijs van de stelling van Desargues is door Webb verder uitgewerkt op pp. 93-96.

inzicht. En juist op dit punt schiet (alweer) ‘de jeugd van tegenwoordig’ tekort.

Om dit plausibel te maken staan mij drie dingen te doen:

- (1) aantonen dat het tegenwoordig slecht gesteld is met spellen, rekenen en algebraïsche uitwerkingen;
- (2) een verklaring geven hoe dit zo gekomen is;
- (3) laten zien dat deze vaardigheden inzicht bevorderen.

Als ik beweer dat het tegenwoordig slecht gesteld is met spellen, heb ik het over Nederlandse studenten met een VWO-opleiding en baseer ik mij op de tientallen essays die ik jaarlijks beoordelen moet. Impliciet geef ik te kennen dat het vroeger beter was, en daarbij baseer ik mij op de essays die door studenten van de Open Universiteit zijn geschreven, veelal mensen die soms wel veertig jaar geleden op een middelbare school hebben gezeten, maar niettemin of juist daardoor nog steeds foutloos spellen. Over verschillen in correctheid van grammaticale ‘constructies’ is ook nog wel wat op te merken, maar hier spelen ook andere zaken mee. Het komt voor dat zinnen incorrect zijn omdat woorden ten onrechte in een tekst zijn blijven staan. Kennelijk is de vervanging van bepaalde zinswendingen door andere *op de computer* niet goed uitgevoerd en heeft de auteur de tekst achteraf niet meer doorgelezen en gecorrigeerd.

Als ik beweer dat het tegenwoordig slecht gesteld is met rekenen, heb ik het eveneens over Nederlandse studenten met een VWO-opleiding die ik gevraagd heb de deling van 10 door 2,20371 met papier en potlood in twee decimalen nauwkeurig uit te rekenen. Let wel, ik heb niet gevraagd om met die nauwkeurigheid 10 euro in guldens om te rekenen, gegeven dat 1 euro 2,20371 gulden waard is. Ik veronderstel dat de resultaten dan nog slechter zouden zijn geweest, niettegenstaande het realistische rekenen van tegenwoordig.

Als ik beweer dat het tegenwoordig slecht gesteld is met algebraïsche vaardigheden, heb ik het over Nederlandse VWO-leerlingen in de hoogste klas en recente schoolverlaters. Aan twintig van de laatsten heb ik de volgende opgave voorgelegd:

$$\text{Schrijf als product: } (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2$$

Er deden zich verontrustende verschijnselen voor: slechts zes proefpersonen vonden een goede oplossing en onder de foutieve uitwerkingen kwam de grootst mogelijke onzin voor. Ik noem slechts twee relatief veel voorkomende tekortkomingen: van het kwadraat van ac werd ac^2 gemaakt en dezelfde fout werd bij de andere kwadraten gemaakt, of men kwam niet verder dan

$$a^2c^2 + b^2d^2 + b^2c^2 + a^2d^2$$

De eerste fout lijkt mij een gevolg van te weinig oefening en het niet bekijken van de eenvoudigste algebraïsche rekenregels, en dat is op zichzelf al erg. Maar dat de laatste formule niet kon worden herschreven als

$$a^2c^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2$$

en dus ook niet als

$$(a^2 + b^2)c^2 + (a^2 + b^2)d^2$$

laat staan meteen als

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$$

lijkt mij een kwestie van gebrek aan ‘inzicht’: onvoldoende *overzicht* over algebraïsche uitdrukkingen. Ik wijt dit aan onvoldoende *ervaring*. Een proefpersoon, arts, die in 1970 met goed gevolg eindexamen HBS deed en daarna nooit meer iets aan algebra gedaan heeft, lukte dit niet, maar zij maakte geen fouten in de uitwerking tot zover, in tegenstelling tot een student met een in 2002 afgelegd eindexamen Atheneum met wiskunde B2.

Om een verklaring te geven voor de gebreken van de Nederlandse schoolverlaters van nu kunnen we twee kanten op. Ten eerste zijn de opvattingen over de inhoud van het onderwijs bij een gezaghebbende groep gewijzigd, ten tweede heeft de computer zijn intrede gedaan in het dagelijks leven, thuis en op school, eerst in de vorm van eenvoudige rekenmachines, later in de vorm van pc's. De experimentele situatie met terminals op sommige scholen en bij het Plato-project laat ik gemakshalve achterwege. Dit betekent dat de onderwijsvernieuwing los van de zgn. computerrevolutie is ontstaan.

Voor de historici: het echtpaar van Hiele – Geldof promoveerde in 1957, de eerste vernieuwing van het wiskunde-onderwijs sinds de jaren dertig vond plaats in 1958. Freudenthal en de Van Hieles verzetten zich tegen verschillende buitenlandse opvattingen, zoals die van de aanhangers van de *New Math*, de *Mastery Learning*, en de *Problem Solving*. ‘Geprogrammeerde instructie’, waar indertijd een bijeenkomst met o.a. Guus Vonk in het Victoria-hotel in Amsterdam werd belegd, werd weggehoond.

Van Hiele nam later zijn eigen ‘klassieke’ opleiding niet eens meer serieus, ondanks het feit dat hij de toen aangeleerde vaardigheden zelfs op hoge leeftijd niet kwijt geraakt was:

Achteraf heb ik zitten denken waar dit nu allemaal goed voor was. Prima, als hobby is het vreselijk leuk, en het is ook leuk als je op je vijfenzeventigste kunt zeggen: dat spelletje van toen kan ik nog spelen. Maar het blijft een spelletje. Ik vraag me nu nog wel eens af of ik die tijd niet betere had kunnen besteden. Het enige dat goed is [is] dat ik nu weet dat ik het nog kan. Meer niet.⁴

Het is jammer dat dit Van Hiele of anderen niet aan het denken heeft gezet. Waarom verloor iemand ‘vroeger’ zijn of haar algebraïsche vaardigheden zelfs niet na tientallen jaren en ‘tegenwoordig’ al binnen één jaar? Mijn antwoord is dat de vaardigheden van nu betrekking hebben op te eenvoudige formules. In hun ijver om leerlingen ‘inzicht’ of ‘begrip’ bij te brengen of betere gezegd ze dat zelf te laten ontwikkelen wordt (te) lang stil gestaan bij te eenvoudige structuren. Daar vloeit op zich zelf geen inzicht in complexere structuren uit voort, dus zijn opgaven die daarop betrekking hebben maar afgeschaft ...

Voor de Mammoetwet had je de ULO-school. Nog in 1957 behoorden alleen al voor de A-afdeling hiervan de uitwerkingen van de formules van het type

$$(a + b + c)^2$$

en

$$(a + b + c)(a + b - c)$$

tot de zogenaamde merkwaardige producten die geleerd en toegepast moesten worden, ook in hoofdrekenopgaven, terwijl ontbinding in factoren nog beheerst moest worden voor uitdrukkingen van de volgende vorm:⁵

$$ap + aq + bp + bq$$

en

$$ax^2 + bx + c$$

zoals bijvoorbeeld

⁴ Bron: *Ik was wiskundeleraar*. Enschede: Stichting voor Leerplanontwikkeling, september 1985, p. 127.

⁵ L. van Gelder, *Advanced Elementary School*. In: L. N. H. Bunt, *The Teaching of Mathematics to Students between 6 and 15 years of Age in the Netherlands*. Groningen: J. B. Wolters, 1958, pp. 36-49.

$$3x^2 - 8x + 4$$

Waanzin? Nee, door uitgebreid oefenen met zulke ‘ingewikkelde’ formules ontstond vanzelf een gevoel voor wiskundige structuren. Het programma voor ULO-B was volgens huidige opvattingen nog idioter, en over de HBS-B en het Gymnasium- β van die tijd zullen we het maar niet hebben. Gevorderde leerlingen zagen meteen hoe een formule opgebouwd was, een inzicht dat later van pas kon komen, in de natuurkunde bijvoorbeeld, denken wij bijvoorbeeld aan de afleiding van de Lorentztransformatie⁶ met een formule als

$$(k^2 - b^2 a^2 c^2)x^2 - 2(k^2 v - b a^2 c^2)xt + y^2 + z^2 = (a^2 - k^2 v^2/c^2)c^2 t^2$$

Toen het onderdeel Analytische meetkunde nog deel uitmaakte van het Gymnasium- β -programma waren de leerlingen die dat volgden nog wel ‘ingewikkelder’ formules gewend.

Voor het rekenonderwijs op de toenmalige lagere school was er een analoog ‘pervers’ leerprogramma, met berekeningen zoals $58 + 39$ en $64 - 36$ in de tweede klas, tegenwoordig groep 4 genoemd, en aan het eind van de derde klas getallen boven de 1000 en zo ging het door in volgende klassen. Rekenen met breuken kwam in de vijfde klas, met opgaven zoals ‘drie vijf-veertiende’ gedeeld door ‘anderhalf’, wat ook nog uit het hoofd kon worden uitgerekend.⁷ Ook hier weer leidde het werken met grote en samengestelde getallen tot inzicht in complexe getalstructuren. Bovendien waren de oude programma’s ‘opbouwend’: telkens weer bleek de leerlingen dat zij eerder aangeleerde vaardigheden later nodig hadden, zoals de ontbinding van een vierterm van de vorm $ap + aq + bp + bq$ bij de ontbinding van bijvoorbeeld $3x^2 - 8x + 4$.

Hoewel zonder oefening het nodige overzicht in de loop der jaren verdween – zie boven – het rekenen zelf, inclusief het uitvoeren van staartdelingen, *verleerde* je je hele leven niet. Helaas is dit verleden tijd, want met de afschaffing van dit soort vermeend zinloze rekenkundige activiteiten ging het ook bergafwaarts met de daarop voortbouwende wiskundige activiteiten, zo houd ik vol.

Maar gelukkig kwam de elektronische rekenmachine net op tijd om te voorzien in leemten, althans wat het rekenen betrof. Maar de tijd stond niet stil: nog even en de computer kon zelf de onderwijsinhoud bepalen.

⁶ Zie Marcello Alonso & Edward J. Finn, *Fundamentele natuurkunde ten dienste van het wetenschappelijk onderwijs*, deel 1, *Mechanica*. Vierde, herziene druk. Amsterdam/Brussel: Elsevier, § 2.6, pp. 60-64.

⁷ J. D. Brinkma, Kindergarten, Elementary School and Continued Elementary School. In: L. N. H. Bunt, *The Teaching of Mathematics to Students between 6 and 15 years of Age in the Netherlands*. Groningen: J.B. Wolters, 1958, pp. 3- 16.

Fantastisch toch: ‘Automatische gegevensverwerking met Dynamo’, ‘Radioactief verval en logistische groei met Dynamo’, ‘De verkoop van tuinameublementen met Dynamo’.⁸ Realistisch nietwaar?

Nog mooier werd het met de grafische rekenmachine, ook ‘GR’ genoemd. Hierbij zijn op het eindexamen zelfs punten te behalen met een beschrijving van het gebruik ervan:

Soms zal de vraagstelling leiden tot een meer globale beschrijving van het gebruik, soms tot een meer concrete. De kandidaten moeten met deze beschrijving een beoordelaar duidelijk maken wat hun gedachtengang/werkwijze is geweest. De beoordelaar moet deze gedachtengang/werkwijze kunnen verifiëren om deelscores te kunnen toekennen.

Voorbeeld. In het antwoordmodel staat bij vraag X:

functies f en g in de GR invoeren

$f(x) = g(x)$ met de GR oplossen geeft 3,14

In dat geval is de werkwijze van een leerling op de GR van het merk FANTASY:

”In FUNCTION menu $Y1=f(x)$ ingevoerd en $Y2 = g(x)$ ”

”In CALC menu gekozen voor INTERSECT; voor de grafieken $Y1$ en $Y2$, de grenzen van het interval op 0 en 100 gezet. Dit gaf precies één snijpunt. De x hiervan is op twee decimalen afgerond 3,14.”

Ik gebruikte al de term ‘realistisch’. We hadden eerst alleen realistische wiskunde, toen kwam realistisch rekenen, en vervolgens was realistische natuurkunde aan de beurt, waarna een Nobelprijswinnaar natuurkunde aan de bel trok:

Den Haag – Het vwo eindexamen natuurkunde geeft ‘een verontrustend beeld’ van het natuurkunde-onderwijs in Nederland. Die klacht schrijft Nobelprijswinnaar 't Hooft op het zogeheten Kennisnet van het ministerie van onderwijs. Op deze internetpagina's evalueren wetenschappers dagelijks de examens van hun vak.

De natuurkundige constateert met zijn collega's Lagendijk, Dijkgraaf en Van den Heuvel dat de examenvragen vooral de ‘nogal elementaire en weinig boeiende natuurkunde’ behandelen. Het verbaast de wetenschappers dan ook niet dat veel leerlingen na hun examen afzien van een studie natuurkunde.

't Hooft vindt bovendien dat het examen ‘kunstmatig moeilijk is

⁸ Uit: A. Kelfkens e.a., *Getal en ruimte. Wiskunde A voor de vijfde en zesde klas vwo*. Deel 5/6V-A2.

gemaakt'. Leerlingen moeten teveel tekst doorploeteren voor ze de vraag kunnen beantwoorden. "Het examen vraagt soms meer taalbeheersing en gezond verstand dan werkelijk fysisch inzicht".

De Nobelprijswinnaar signaleert verder dat de vragenbedenkers de natuurkunde krampachtig willen plaatsen in alledaagse situaties. De opdrachten behandelen bijvoorbeeld de remweg van auto's of de ozonlaag. "Zelfs de elementairste natuurkunde kan heel moeilijk worden wanneer men die op alledaagse situaties toepast", klaagt de wetenschapper.

Bovendien gaat de methode voorbij aan de puur natuurkundige redeneertrant, vindt hij. Ook de wiskunde-examens voor havo en vwo vinden geen genade bij de vier wetenschappers. Het wiskunde B-examen (havo) 'strooit leerlingen zand in de ogen' en 'verkwanselt het absolute karakter' van het vak. En vwo-wiskunde B zou geen enkel beroep doen op de creativiteit van de examenkandidaten.

Bij 'realistisch rekenen met ICT' worden de twee ontwikkelingen gecombineerd:

In het project 'Realistisch rekenen met ICT' wordt geprobeerd echt voorkomende, alledaagse problemen aan kinderen aan te bieden, die kunnen worden opgelost door te rekenen. Hierbij worden ook voor kinderen alledaagse bezigheden als met elkaar overleggen, iets opzoeken op het internet, een rekenmachine gebruiken of iets aan iemand vragen die er verstand van heeft, als oplossingsstrategie gehanteerd. De resultaten van de gehanteerde oplossingsstrategie worden aan de klasgenoten gepresenteerd. Hierbij wordt voornamelijk gebruik gemaakt van nieuwe media.

De hoofddoelstelling van realistisch rekenen is bekend: 'de leerlingen moeten verbindingen kunnen leggen tussen het onderwijs in rekenen en hun dagelijkse leefwereld', d.w.z. 'hun dagelijks leven, waarin zakgeld, de bioscoop, hun computer, Ikea en McDonald een rol spelen'. Onder de vaardigheden tref ik aan dat leerlingen 'schattend kunnen rekenen, ook met breuken en decimale breuken, door de uitkomst globaal te bepalen'. Voor precieze uitkomsten gebruik je immers de rekenmachine, die de leerlingen 'met inzicht' moeten kunnen gebruiken. Wat het laatste inhoudt weten we uit de VWO-examenopgaven.

De 'filosofie' die hier achter zit, wordt als volgt geformuleerd:

De rekenmachine en de computer hebben de cijfertak van de rekenaar overgenomen. Sterker is de nadruk gelegd op inzicht in de getallenwereld en de toepassing van het rekenen op situaties die in de werkelijkheid worden aangetroffen.

Het staat er letterlijk: ‘De rekenmachine en de computer hebben de cijfertaak van de rekenaar overgenomen.’ Deze stelling kan gemakkelijk gegeneraliseerd worden voor de realistische wiskunde met ICT, bijvoorbeeld: de grafische rekenmachine en de computer hebben de tekentaak van de wiskundige overgenomen. Evenzo krijgen we voor realistisch taalonderwijs met ICT: de computer met spellingscontrole en internetverbinding heeft de speltaak, wat zeg ik, schrijftaak van de leerling-schrijver overgenomen. Ik citeer nu in commissie van Marjolein Februari maar eens een kritische kenner van het VWO, de schrijver Lodewijk Wiener:

In *Amphora* schreef Wiener over zijn leerlingen in het middelbaar onderwijs, die hun werkstukken onbekommerd overschrijven van de andere leerlingen.

Volgens de heersende onderwijsidealen mogen leerlingen namelijk zelf beslissen of ze überhaupt nog iets willen leren, de lesstof wordt hun ter vrije keuze aangeboden: ‘Daarna kan de fraude beginnen. De leraar weet niet of de antwoorden uit het hoofd van zijn leerling komen dan wel uit het geheugen van een computer. Hij weet zelfs niet of het ingeleverde werk wel afkomstig is van de leerling wiens naam er boven staat, dan wel gedownload is uit het bestand van een bevriende relatie of een gespecialiseerde autoriteit. Zo is het nieuwe onderwijssysteem als het leven zelf: één groot frauduleus bankroet, maar het studiehuis is niet méér dan dat, terwijl het leven zelf daarnaast toch ook nog heel mooi is en mysterieus en de moeite waard om te leven.’⁹

De leefwereld die aanhangers van de realistische school aan de jeugd van tegenwoordig toeschrijven is een fictie. Evenzo is de kennismaatschappij een bedenkfel van ambtenaren van het Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen. De besproken *vaardigheden* die onontbeerlijk zijn voor het verkrijgen van ‘echte kennis en inzicht’ die op hun beurt weer nodig zijn voor het bedrijven van wetenschap zijn niet op enig ‘kennisnet’ te vinden. Verder denken ouderen zoals ik bij kennis bijvoorbeeld aan grammaticale kennis, zoals die vroeger in de befaamde boeken van K. van der Heyde voor Latijn en Grieks en met voorbeelden beschreven werd. Niet dat er op Internet geen grammaticale kennis te vinden is, maar dat zullen die ambtenaren wel niet bedoelen. Toch moeten we ook wat kennis inderdaad terug naar ‘vroeger’, vinden ook anderen dan ik. Dit is misschien wel tot enkele aanhangers van de realistische school doorgedrongen, maar één van hen maakte zich hier gauw met een Jantje van Leiden af :

⁹ Marjolein Februari, Manipuleren mag. *De Volkskrant* 27.09.2003, p. 15.

Moeten we niet gewoon terug naar de basis van kennis, Back to Basics?

Geen rekenmachine, weg met de contexten, geen zelfstandig of onderzoekend leren, gewoon voordoen, nadoen, oefenen.

De echo van dit geluid (o.a. uit Californië) is ook in Nederland te horen, vooral onder bezorgde wetenschappers uit de exacte vakken. En ook leraren denken soms nog dat veel oefenen op analoge opgaven tot een optimaal resultaat leidt.

Welke denkfout maken zij?

Aldus Anne van Streun tijdens zijn Groningse oratie in 2001, waar hij het antwoord op deze vraag achterwege liet.¹⁰ Het is trouwens opvallend dat hij begint met ‘voordoen’ en niet laat merken dat er eerst ook nog theorie gegeven kan worden. Toch is dat in elk echt wiskundeboek het geval. Maar goed, later gaf van Streun het volgende antwoord:

Leerlingen die gewend zijn om wiskunde te leren en sommen op te lossen volgens het principe van voordoen-nadoen-oefenen staan ver af van het *systematisch* aanpakken van een meer open probleem of een echte onderzoeksopdracht.

Maar hoe wil je ‘open problemen’ oplossen, laat staan ‘echte onderzoeksopdrachten’ uitvoeren als je niet eens over de vereiste technieken voor zgn. standaardproblemen beschikt? En technieken leer je nu eenmaal door nadoen en veel oefenen op zo jong mogelijke leeftijd. Zo leer je de basisvaardigheden van spreken en schrijven van een vreemde taal, van correct spellen in je eigen taal, van vioolspelen, van schaken en ga zo maar door. Dit laat niet weg dat dit proces versneld kan worden met behulp van theorie in de vorm van aangebrachte regels achter de voorbeelden en daar zijn de realisten ook maar van afgestapt. Ze willen dat de leerlingen de regels zelf ontdekken, wat een inefficiënte wijze van werken is die nog nooit eerder is vertoond. Het riekt naar *trial and error* als optimale oplossingsstrategie, terwijl iedere AI-student wel beter weet.

Alle grote wiskundigen uit het verleden hebben op de verfoeide wijze aan de hand van theorie, en voorbeelden lesgehad – denk weer aan een gewoon wiskundeboek – dus de ideeën van de realistische wiskundeleraren zijn volstrekt niet realistisch. Het lijkt wel of zij nooit oude wiskundeleerboeken hebben ingezien, want dat hadden zij kunnen

¹⁰ Geciteerd naar een kopie van het manuscript, mij welwillend ter beschikking gesteld door A. D. de Groot.

constateren hoe telkens de ‘abstracte’ vaardigheden toegepast werd op ‘concrete’ problemen.

Maar het terugverlangen naar het verleden is toch ook niet realistisch? Nu zijn er computers, dus waarom zou je daar *niet* gebruik van maken?

Ook Anne van Streun heeft de computer in zijn onderwijsfilosofie een plaats gegeven:

Nu de leerlingen beschikken over computertechnologie ligt voor leerlingen onbekende wiskunde voor het grijpen. Praktische opdrachten kunnen mede inhouden dat leerlingen zelf op zoek gaan naar die nog onbekende wiskundige methoden of begrippen om die te kunnen gebruiken voor de aanpak van een probleemsituatie. Zo zijn de verschillende vormen van regressie, reproduceerbaar met de grafische rekenmachine, een krachtig hulpmiddel om de relatie tussen twee empirische variabelen te onderzoeken.¹¹

Allemaal goed en wel, maar zolang de studenten de meeste elementaire algebraïsche vaardigheden nog niet onder de knie hebben, schieten deze opdrachten hun doel ver voorbij. Dit is één van mijn bezwaren tegen het gebruik van computers in het onderwijs: er worden zaken gepresenteerd die het doen voorkomen dat de leerlingen al ontzettend ver zijn – ‘is het niet geweldig, ze zijn nu met regressieanalyse bezig, het worden al echte onderzoekers’ – terwijl hun wiskundig begrip vèr achtergebleven is. Iets dergelijks geldt overigens ook voor de opdrachten die ze voor andere vakken moeten maken; vandaar dat er zo veel en zo gemakkelijk van Internet gekopieerd wordt. Wiener heeft het grootste gelijk van de wereld. Dit is pure oplichting, ook van de kant van de docenten.

Het is van belang dat er visies op mens en computer worden uitgewerkt waarin meer oog is voor de verworvenheden van het verleden. Het is waar dat het instrumentarium veranderd is met de verbreiding van computers, maar dit betekent nog niet dat de wijze waarop mensen optimaal leren drastisch veranderd is of grondig moet worden herzien. Is er ooit aangetoond dat de traditionele manieren van het leren schrijven van je eigen taal of het leren spreken, schrijven en vertalen van een andere taal, en het leren rekenen en in het verlengde daarvan leren algebraïsche vraagstukken op te lossen, niet aan hun doel beantwoordden? Nee natuurlijk, want waarom zouden negentiende- en twintigste-eeuwse voorgangers van ons dan zo goed in talen en wiskunde geworden zijn?

Het lijkt al te laat, maar willen we de oude doelstellingen toch weer gerealiseerd zien, maar nu met gebruik van computers, dan moet daar beter over nagedacht worden dan tot op heden het geval is geweest.

¹¹ Idem, p. 175.

Vergelijken we de situatie met de uitvinding van de rekenmachine in het verleden. Die werd *niet* in het middelbaar onderwijs ingevoerd, men hield het daar bij de tafels met logaritmen en goniometrische verhoudingen. Ook de rekenlineaal kreeg geen permanente plaats. Daar waren kennelijk goede argumenten voor. Maar bij computers was het anders: alleen het gebrek aan voldoende geld verhinderde dat iedere leerling over een pc op school kon beschikken. En wat dat prachtige kennisnet betreft: gelukkig dat de KPN gratis ADSL-verbindingen geeft, want zonder internetverbinding kun je toch niet meer leren?

De vraag waarom dat allemaal zo nodig moet, komt niet op bij de zogenaamde onderwijskundigen. Laat ik daarom eens een begin maken met een schets van wat je zoal aan een computer kunt hebben, er van uitgaande dat leerlingen en studenten nog altijd rekensommen en wiskundige opgaven met papier, potlood en gum moeten maken. Ik ga hiervoor terug naar de tijd waarin door enkelen geprogrammeerde instructie als leermethode werd voorgesteld. Toen ging het om ‘papieren’ versies, die uitermate geschikt waren voor leerlingen die door ziekte een achterstand hadden opgelopen, maar zij eisten van hen een behoorlijke zelfdiscipline. Een nadeel was echter dat telkens complete antwoorden werden gegeven, bijvoorbeeld:¹²

$$\frac{(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + ab + b^2) = (6.5) \quad \left| \quad (6.5) \quad a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \right.}{(6.5)}$$

Dit voorbeeld is natuurlijk buitengewoon geestig, omdat er een fout in staat. (Had u dat onmiddellijk door?) Met een computer is het echter mogelijk de opgaven en de uitwerkingen op het scherm te laten verschijnen zoals die ook tijdens het schrijven met papier en potlood tot stand komen, dus achtereenvolgens

(, (a, (a +, (a + b, (a + b), (a + b)², (a + b)² =, (a + b)³ =, (a + b)³ =, (a + b)³ = (a, enz.

Je kunt je voorstellen dat daarbij speciale voorzieningen worden getroffen die het mogelijk maken op elk moment pauzes in te voeren of anderszins de tijd tussen de opeenvolgende formules te regelen.

Net zoals bij vertakte geprogrammeerde instructie kunnen zulke computerleerprogramma's *flexibel* worden gemaakt in de zin dat leerlingen om meer of minder uitleg of opgaven kunnen vragen. Of het wenselijk is dat zij ook formules in een soort tekenprogramma kunnen schrijven, waardoor *on line* correcties mogelijk worden, laat ik in het

¹² W. F. van Raaij, *Geprogrammeerde instructie wiskunde ter voorbereiding voor het vak statistiek*. Derde druk. Voorschoten: VAM, 1973. De eerste druk is van oktober 1968.

midden. Waar het om gaat is, dat computers aangepast worden aan de wensen van mensen en niet omgekeerd. Dat typisch menselijke mathematische mogelijkheden daarbij moeten worden uitgebuit is hopelijk na het voorafgaande vanzelfsprekend geworden.

.